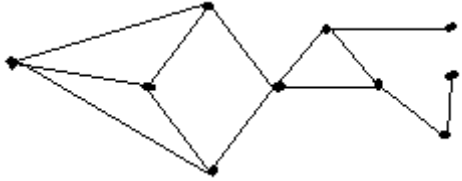
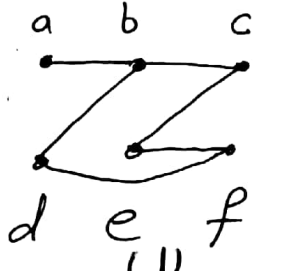


سوالیات امتحان درس : ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع امتحان : 8 صبح	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه																																																	
نام و نام خانوادگی :		سال دوازدهم متوسطه دوم	تاریخ امتحان :	تعداد صفحه: ۲																																																	
ردیف	سوالات			بارم																																																	
۱	<p>درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید</p> <p>(۱) گراف ساده گرافی است که طوقه نداشته باشد</p> <p>(۲) هر مجموعه احاطه گر می نیمال گراف G یک مجموعه احاطه گر می نیمم نیز هست</p> <p>(۳) اعداد <math>19 -</math> و <math>21</math> هر دو به <math>4 [1]</math> تعلق دارند</p> <p>(۴) دو مربع لاتین متعامد مرتبه ۱ وجود ندارد</p>			۱																																																	
۲	<p>جای خالی را کامل کنید</p> <p>الف) مکمل گراف ..... یک گراف دو منتظم مرتبه ۸ است</p> <p>ب) گرافی که تنها از یک مسیر <math>n</math> راسی تشکیل شده باشد را با ..... نمایش می دهیم</p>			۰/۵																																																	
۳	<p><math>a_1</math> و <math>a_2</math> و <math>a_3</math> اعدادی صحیح و <math>b_1</math> و <math>b_2</math> و <math>b_3</math> همان اعداد هستند که با ترتیب دیگری قرار گرفته اند با استفاده از روش استدلالی برهان خلف نشان دهید <math>(a_1 - b_1) (a_2 - b_2) (a_3 - b_3)</math> زوج است.</p>			۱																																																	
۴	<p>برای رد الف مثال نقض بنزید و مورد ب را اثبات کنید</p> <p>الف) اگر <math>a b</math> و <math>k kb</math> انگاه <math>a b</math></p> <p>ب) اگر <math>a b+c</math> و <math>a b</math> انگاه <math>a c</math></p>			۱/۵																																																	
۵	<p>بسط عدد <math>708573</math> را در مبنای ده بنویسید و به کمک آن و استفاده از همنهشتی باقی مانده تقسیم این عدد بر ۷ را بیابید.</p>			۱																																																	
۶	<p>معادله سیاله <math>6x+3y=12</math> با تبدیل به معادله همنهشتی مناسب حل کنید.</p>			۱/۲۵																																																	
۷	<p>۱۷ دوست قدیمی با هم قرار می گذارند که هر نفر دقیقا با ۳ نفر دیگر ارتباط تلفنی داشته باشد این قرار شدنی است یا خیر ؟ چرا؟</p>			۱																																																	
۸	<p>با استفاده از مدل سازی در گراف مساله زیر را حل کنید.</p> <p>قرار است دو دستگاه خود پرداز در ۲ خیابان از ۶ خیابان <math>a</math> تا <math>f</math> نصب شوند به طوری که در هر خیابان یا خیابان مجاور آن خود پرداز وجود داشته باشد اگر خیابان ها به صورت زیر با هم ارتباط داشته باشند دو خیابان برای نصب دستگاه ها پیشنهاد کنید. (خیابان های سیاه شده به هم راه دارند)</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th></th> <th>a</th> <th>b</th> <th>c</th> <th>d</th> <th>e</th> <th>f</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>a</th> <td>■</td> <td>■</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <th>b</th> <td>■</td> <td>■</td> <td>■</td> <td>■</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <th>c</th> <td></td> <td>■</td> <td>■</td> <td></td> <td>■</td> <td></td> </tr> <tr> <th>d</th> <td></td> <td>■</td> <td></td> <td>■</td> <td></td> <td>■</td> </tr> <tr> <th>e</th> <td></td> <td></td> <td>■</td> <td></td> <td>■</td> <td>■</td> </tr> <tr> <th>f</th> <td></td> <td></td> <td></td> <td>■</td> <td>■</td> <td>■</td> </tr> </tbody> </table>				a	b	c	d	e	f	a	■	■					b	■	■	■	■			c		■	■		■		d		■		■		■	e			■		■	■	f				■	■	■	۲
	a	b	c	d	e	f																																															
a	■	■																																																			
b	■	■	■	■																																																	
c		■	■		■																																																
d		■		■		■																																															
e			■		■	■																																															
f				■	■	■																																															

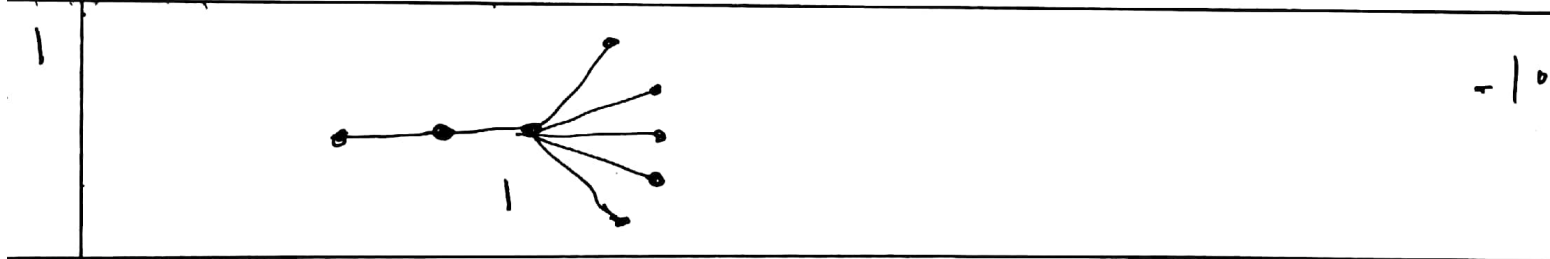
۱	با ارایه استدلال لازم نشان دهید عدد احاطه گری گراف زیر نمی تواند ۲ باشد.	۹
		
۱	یک گراف ۸ راسی با عدد احاطه گری ۲ رسم کنید که بیش از یک مجموعه احاطه گر با اندازه ۲ داشته باشد.	۱۰
۰/۷۵	عدد احاطه گری گراف $C_n$ را برای عدد طبیعی $n$ حساب کنید.	۱۱
۱/۲۵	۹ نفر به چند روش می توانند در ۳ اتاق ۲ نفره، ۳ نفره و ۴ نفره در یک هتل اسکان یابند.	۱۲
۱/۵	با گل های رز زرد، سفید، قرمز و صورتی به چند روش می توان دسته گل هایی با ۸ شاخه گل درست کرد به طوری که در هر دسته گل حد اقل دو شاخه گل زرد و یک شاخه گل سفید وجود داشته باشد.	۱۳
۱	به چند روش می توان سه ۶ نفر را در سه اتاق اسکان داد به طوری که در هر اتاق حداقل یک نفر قرار گیرد.	۱۴
۱/۲۵	یک زیر مجموعه از اعداد طبیعی با حد اقل چند عضو در نظر بگیریم تا مطمئن شویم حد اقل ۸ عضو باقی مانده تقسیم یکسانی بر ۳ دارند و باقی مانده تقسیم یکسانی بر ۵ دارند و نیز باقی مانده تقسیم یکسانی بر ۷ دارند.	۱۵
۱	اگر دو مربع لاتین مرتبه $n$ متعامد باشند با استدلال کلامی نشان دهید مربع لاتینی که با جایگشت بر روی اعضای یکی از آنها بدست می آید با مربع لاتین دیگر متعامد است.	۱۶
۲	اگر سه برادر تقریباً هم سن در خانه سه دست کت و سه پیراهن داشته باشند و بخواهند در سه روز اول هفته از این لباس ها به گونه ای استفاده کنند که هر فرد هر یک از کت ها و هر یک از پیراهن ها را دقیقاً یک بار استفاده کرده باشد و هر کت با هر پیراهن نیز دقیقاً یک بار مورد استفاده قرار گیرد چگونه می توانند این کار را انجام دهند.	۱۷

بارم	صفت
۱	۱- قسمت (۱) نادرست (قسمت ۲) نادرست (قسمت ۳) درست (قسمت ۴) درست ۰/۲۵      ۰/۲۵      ۰/۲۵      ۰/۲۵
۰/۵	۲- الف) ۵- مستقیم مرتبه ۸      ب) $P_n$ ۰/۲۵      ۰/۲۵
۱	۳- برهان خلف: اگر $(a_1 - b_1)(a_2 - b_2)(a_3 - b_3)$ فرد باشد باید هر ۳ عامل این حاصلضرب فرد باشند پس مجموع این ۳ عامل باید فرد باشد در حالی که مجموع برابر صفر و زوج است که تناقض است. ۰/۲۵      ۰/۲۵      ۰/۲۵
۱/۵	۴- الف) $2 \mid a$ در حالی که $5 \mid 2 \times 5$ ۰/۲۵      ۰/۲۵ ب) $\left. \begin{aligned} a \mid b+c &\Rightarrow b+c = aK \\ a \mid b &\Rightarrow b = aK' \end{aligned} \right\} \Rightarrow c = aK - aK' \Rightarrow c = a(K - K') \Rightarrow a \mid c$
۱	۵- $7 \cdot 15 \cdot 7^3 = 3 + 7 \times 10 + 5 \times 100 + 8 \times 1000 + 0 \times 10^4 + 7 \times 10^5$ $\equiv ? \quad 7 \equiv 0, 100 \equiv 2, 8 \equiv 1, 1000 \equiv 6$ پس: $3 + 0 + 5 \times 2 + 1 \times 6 + 0 + 0 \equiv ? \pmod{7}$ $3 + 10 + 6 \equiv ? \pmod{7} \Rightarrow 19 \equiv ? \pmod{7} \Rightarrow$ جواب = ۵ ۰/۲۵
۱/۵	۶- $9x + 3y = 12 \Rightarrow 2x + y = 4 \Rightarrow y \equiv 4 - 2x$ $\Rightarrow y = 2K + 4$ $2(x) + 2K + 4 = 4 \Rightarrow x = -K \Rightarrow \begin{cases} x = -K \\ y = 2K + 4 \end{cases} \quad K \in \mathbb{Z}$ ۰/۲۵      ۰/۲۵

۱ - ۷ - تغییر <sup>۱۲۵</sup> - این گزاره متغیر به تشکیل گراف ۳ منتظم مرتبه ۱۷ است و که  
 نشانی است زیرا تعداد راس‌های با درجه‌ی فرد باید زوج باشد.  
 ۱۲۵  
 ۱۵

۲ - ۱ - باید یک مجموعه احاطه‌گر با عدد احاطه‌گری ۲ باشیم <sup>۱۵</sup>  
 $\{b, e\}$  یا  $\{b, f\}$  یا پنج صحیح هستند.  
 ۱۵  


۱ - ۹ - این گراف دارای یک راس یا درجه ۴ است که ما می‌تواند حداکثر با خودش ۵ راس را  
 پوشش دهد و با انتخاب راس از درجه ۳ حداکثر ۴ راس با خودش پوشش داده  
 می‌شود یعنی ۲ راس حداکثر ۹ راس را می‌تواند پوشش دهد در حالی که  
 گراف دارای ۱۰ راس است. ۱۲۵



۱۷۵ - ۱۱ -  $n = 3k \Rightarrow \chi = \lfloor \frac{n}{3} \rfloor$  ,  $n \neq 3k \Rightarrow \chi = \lfloor \frac{n}{3} \rfloor + 1$   
 یک صورت ۱۵ و هر دو صورت ۱۷۵

۱۲۵ - ۱۲ - 
$$\frac{9!}{2! 3! 4!} = 9 \times 4 \times 7 \times 5$$
  
 ۱۲۵ ۱۲۵ ۱۲۵

۱۵ - ۱۳ -  $x_1 = \text{زرد}$  ,  $x_2 = \text{سبز}$  ,  $x_3 = \text{قرمز}$  ,  $x_4 = \text{صورتی}$   

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \\ x_1 \geq 2 \quad x_2 \geq 1 \end{cases}$$
  

$$\binom{8+4-1-3}{4-1} = \binom{8}{3} = 56$$
  
 ۱۲۵

۱۴ -  $n(U) =$  تعداد دروسهایی که می توان ۶ نفر را در ۳ اتاق اسکان داد  
 $n(A_i) =$  تعداد دروسهایی که می توان ۶ نفر را در ۳ اتاق اسکان داد و اتاق  $A_i$  فارغ باشد  
 $n(U) = 3^6$   $n(A_i) = 2^6$   $n(A_i \cap A_j) = 1^6$   $n(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = \emptyset$   
 $n(A_1 \cup A_2 \cup A_3) = 3 \times 2^6 - 3 \times 1^6 = 174$   
 $n(A_1 \cup A_2 \cup A_3)' = n(U) - n(A_1 \cup A_2 \cup A_3) = 3^6 - 174 = 15$

۱۱۲۵ -  $1 + 49 + 35 + 21 = 110$   
 $1 + 25 + 25 + 25 = 75$

۱۶ - برهان خلف: فرض کنید در مربعی که از کنار هم قرار دادن  $A$  و جایگت یافته  $B$  حاصل می شود عضو تکراری  $ab$  وجود داشته باشد اگر  $b$  جایگت یافته ای عضو  $A$  باشد ایجاب می کند در مربعی که از کنار هم قرار گرفتن  $A$  و  $B$  ایجاد می شده است دو عضو  $ab$  وجود داشته باشد که نواقض با متعاضد بودن  $A$  و  $B$  است. ۱۲۵

۱۷ - مرحله ۱: ردیف ها و روزهای هفته، ستون ها برادرها و عدد درون مربع شماره کتی ۲

	$b_1$	$b_2$	$b_3$
شنبه	۱	۲	۳
یکشنبه	۳	۱	۲
دوشنبه	۲	۳	۱

۱۵ مربع ۱

	$b_1$	$b_2$	$b_3$
شنبه	۱	۲	۳
یکشنبه	۲	۳	۱
دوشنبه	۳	۱	۲

۱۵

است که باید بیوشند ۱۵  
 مرحله ۲: درون مربع شماره پیرامونی است که باید بیوشند

و خلاصه می مطالب بالا مربع متعاضد زیر است:

شنبه	۱۱	۲۲	۳۳
یکشنبه	۲۳	۳۱	۱۲
دوشنبه	۳۲	۱۳	۲۱
	$b_1$	$b_2$	$b_3$

۱۵