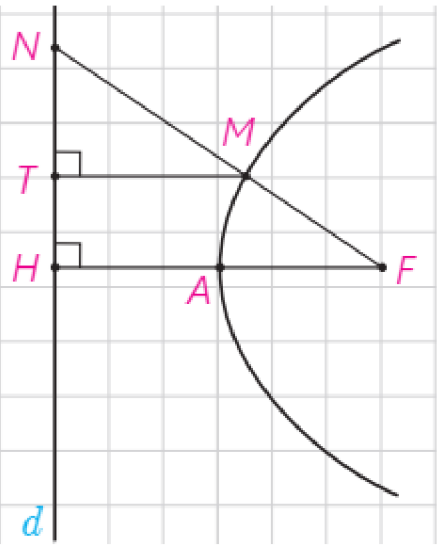


باسمه تعالی			
ساعات شروع:	تاریخ امتحان:	رشته: ریاضی و فیزیک	سوالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تعداد صفحه:	مدت امتحان:	نام و نام خانوادگی:	پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه
گروه آموزشی ریاضی استان فارس		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه ۱۳۹۹	

ردیف	سوالات (پاسخنامه دارد)	نمره
استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی و رادیکال) مجاز است.		
۱	<p>جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.</p> <p>الف) اگر دستگاه $\begin{cases} 2x + 2y = 7 \\ 3x + my = 4 \end{cases}$ جواب نداشته باشد، در این صورت مقدار m برابر است.</p> <p>ب) مکان هندسی نقاطی از صفحه که از دو خط متقاطع d, d' به یک فاصله اند، است.</p> <p>پ) اگر بدنه داخلی یک بیضی، آینه‌ای باشد و از یکی از کانون‌های بیضی اشعه نوری بر بدنه تابیده شود، انعکاس نور از خواهد گذشت.</p> <p>ت) طول قطر مکعب مستطیلی با ابعاد ۳ و ۴ و ۵ برابر است.</p>	۱
۲	<p>درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) هرگاه صفحه P سطح استوانه‌ای را قطع کند به طوری که بر محور سطح استوانه‌ای (l) عمود نباشد و با آن هم موازی نباشد، در این صورت سطح مقطع حاصل سهمی است.</p> <p>ب) هر چقدر خروج از مرکز بیضی به صفر نزدیک‌تر باشد، کشیدگی بیضی کمتر شده و شکل بیضی به دایره نزدیک‌تر می‌شود.</p> <p>پ) $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{a}$</p> <p>ت) اگر دو بردار \vec{a}, \vec{b} بر هم عمود باشند، آنگاه تصویر یکی بر امتداد دیگری برابر صفر است.</p>	۱
۳	<p>اگر $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}, B = [b_{ij}]_{2 \times 2}$ به صورت زیر معرفی شده باشند،</p> $a_{ij} = \begin{cases} i^2 - 1 & i = j \\ i - j & i > j \\ j - i & i < j \end{cases}, \quad b_{ij} = \begin{cases} i^2 + 1 & i = j \\ i + j & i > j \\ i - j + 2 & i < j \end{cases}$ <p>الف) حاصل $B \times A$ را به دست آورید. ب) دترمینان $B \times A$ را به دست آورید.</p>	۱/۵
۴	<p>جواب دستگاه زیر را در صورت وجود، با استفاده از ماتریس وارون به دست آورید.</p> $\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 3x + 2y = 4 \end{cases}$	۱/۲۵
۵	<p>اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، در این صورت حاصل $\ A\ A - \frac{1}{ A^{-1} }$ را بیابید.</p>	۱
۶	<p>معادله دایره‌ای بنویسید که مرکز $O(-1, 1)$ آن باشد و بر دایره مماس $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 2$ درونی</p>	۱/۵

		باشد.
۷	۱	وضعیت خط $x + y = 1$ و دایره $x^2 + y^2 + 2x - 4y = 4$ را نسبت به هم مشخص کنید.
۸	۱/۵	اگر خروج از مرکز بیضی $e = \frac{3}{5}$ باشد و $F = (1, 2)$, $F' = (4, 2)$ کانون‌های آن باشند، مختصات دو سر قطرهای بیضی را بیابید.
۹	۱/۵	معادله یک سهمی به صورت $y^2 + 4y + 8x + 9 = 0$ می‌باشد. مطلوبست: الف) مختصات کانون و راس سهمی را به دست آورید. ب) معادله خط هادی و محور سهمی را بنویسید. پ) نمودار آن را رسم کنید.
۱۰	۱/۵	 <p>در شکل مقابل، سهمی با راس A و کانون F و خط هادی d رسم شده است. از F به نقطه دلخواه M روی سهمی وصل کرده و امتداد داده‌ایم تا خط d را در N قطع کند و از نقطه M عمود MT را بر d رسم کرده‌ایم. ثابت کنید:</p> $\frac{FN}{FA} = \frac{2NT}{TH}$
۱۱	۱/۷۵	بردارهای $\vec{a} = (1, 1, 0)$, $\vec{b} = (-1, 2, 4)$ را در نظر بگیرید. الف) تصویر قائم بردار \vec{a} بر امتداد بردار \vec{b} بیابید. ب) مساحت متوازی‌الاضلاعی که توسط این دو بردار ساخته می‌شود را بیابید.
۱۲	۱	نشان دهید که اگر دو بردار \vec{a} , \vec{b} در یک راستا باشند، آنگاه تصویر \vec{a} بر \vec{b} برابر خود \vec{a} می‌شود.
۱۳	۱/۵	اگر $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$ و $\vec{b} = \vec{i} - \vec{k}$ باشد. طول بردار $2\vec{a} - \vec{b}$ را حساب کنید.
۱۴	۲	وجه‌های یک مکعب مستطیل به معادلات $x = 1, x = -3, y = -1, y = 3, z = 2, z = -2$ هستند. الف) معادله وجهی از مکعب مستطیل را بنویسید که موازی صفحه xy باشند. ب) معادله یالهایی از مکعب مستطیل را بنویسید که موازی محور z باشند. پ) حجم مکعب مستطیل چقدر است؟
۱۵	۱	حجم متوازی‌السطوحی که توسط سه بردار $\vec{a} = (1, 1, 0)$, $\vec{b} = (1, 0, 1)$, $\vec{c} = (0, 1, 1)$ ساخته می‌شود، چقدر است؟
۲۰	جمع نمره	موفق و سر بلند باشید.

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



گروه آموزشی ریاضی استان فارس

کلید آزمون مسیله نای هندسه ۳

۱- هر نقطه چین ۲۵ نمره

الف) $m=3$ (ب) دو خط هم‌بهم (ب) کانون دایره (ب) $\sqrt{5}$

۲- هر کدام ۲۵ نمره

الف) نادرست (ب) درست (ب) نادرست (ب) درست

۳-

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \text{ (نقطه ۵)}, B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 8 & 1 \end{bmatrix} \text{ (نقطه ۵)}$$

$$|B \times A| = 19 - 30 = -14 \text{ (نقطه ۲۵)}$$

$$B \times A = \begin{bmatrix} 1 & 8 \\ 7 & 19 \end{bmatrix} \text{ (نقطه ۲۵)}$$

2×2

$$\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 3x + 2y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{13} & \frac{3}{13} \\ -\frac{3}{13} & \frac{2}{13} \end{bmatrix} \text{ (نقطه ۵)}$$

$\Rightarrow x=2 \text{ و } y=-1$
(نقطه ۵)

$$|A| = 1 \times 8 \times 1 = 8 \Rightarrow \begin{cases} |A^{-1}| = \frac{1}{|A|} = \frac{1}{8} \text{ (نقطه ۲۵)} \\ |AA^{-1}| = |A|^3 |A^{-1}| = 8^3 \times \frac{1}{8} = 8^2 \text{ (نقطه ۲۵)} \end{cases} \Rightarrow ||AA^{-1}|| - \frac{1}{|A^{-1}|} = 8^2 - 8 \text{ (نقطه ۲۵)}$$

(نقطه ۲۵)

$$O'(1, 1) \text{ و } r' = \frac{1}{r} \sqrt{4 + 4 + 8} = 2 \text{ (نقطه ۲۵)}$$

$$O(-1, 1) \Rightarrow d = OO' = \sqrt{4 + 0} = 2 \text{ (نقطه ۲۵)}$$

$$d = r - r' \Rightarrow r = 4 \xrightarrow{\text{معادله دایره}} (x+1)^2 + (y-1)^2 = 14 \text{ (نقطه ۲۵)}$$

(صفحه ۱)

کتاب آزمون شیمی هندسه ۳ گروه آموزش ریاضی استان فارس

-۷ $r = \frac{1}{r} \sqrt{r^2 + 14 + 14} = 3$ (نمره ۲.۵) $O(-1, 2)$ (نمره ۲.۵)

$OH = \frac{|ax+by+c|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{|-1+2-1|}{\sqrt{1+1}} = 0 \Rightarrow OH < r$ (نمره ۲.۵)
 خط و در آن در نقطه متقاطع اند (نمره ۲.۵)
 فاصله از آن خط (نمره ۲.۵)

-۸ $FF' = 2c = \sqrt{9+0} = 3 \Rightarrow c = \frac{3}{2}$ (نمره ۲.۵)
 $e = \frac{c}{a} = \frac{3}{5} \Rightarrow a = \frac{5}{2}$ (نمره ۲.۵) $a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow b = 2$ (نمره ۲.۵)

$A(0, 2)$ و $A'(0, 2)$ (نمره ۵)
 $B(\frac{5}{2}, 4)$ و $B'(\frac{5}{2}, 0)$ (نمره ۵)
 چون اضلاع FF' و AA' یکسان اند پس بیضی افقی است (نمره ۲.۵)
 وسط FF' $O(\frac{5}{2}, 2)$ (نمره ۲.۵)

-۹ $(y+2)^2 = -1(x+\frac{5}{2}) \Rightarrow O(-\frac{5}{2}, -2)$ (نمره ۲.۵)
 $fa = 1 \rightarrow a = 2 \Rightarrow F(-\frac{21}{2}, -2)$ (نمره ۲.۵)
 بیضی افقی دهانه رو به چپ (نمره ۲.۵)

-۱۰ $x = -\frac{5}{2} + 2 = \frac{1}{2}$ و $y = -2$ (نمره ۲.۵)
 خط مماسی (نمره ۲.۵)

$MF = MT, FA = AH$ (نمره ۲.۵) $MT \parallel FH \Rightarrow \frac{NM}{NF} = \frac{MT}{FH} \Rightarrow \frac{NM}{NF} = \frac{MF}{FA} \Rightarrow \frac{NM}{MF} = \frac{NF}{FA}$ (۱) (نمره ۲.۵)
 $\frac{NM}{MF} = \frac{NT}{TH}$ (۲) (نمره ۲.۵) $\frac{NF}{FA} = \frac{NT}{TH} \Rightarrow \frac{NF}{FA} = \frac{2NT}{TH}$ (نمره ۲.۵)

-۱۱ $\vec{a} = \frac{(a \cdot b)}{|b|^2} \vec{b} = \frac{(-1+2+0)}{(\sqrt{1+4+14})^2} (-1, 2, 4) = \frac{1}{21} (-1, 2, 4) = (-\frac{1}{21}, \frac{2}{21}, \frac{4}{21})$ (نمره ۲.۵)

-۱۲ $|\vec{a} \times \vec{b}| = \sqrt{14+14+9} = \sqrt{37}$ (نمره ۲.۵)
 $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{bmatrix} i & j & k \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 4 \end{bmatrix} = (4j-2k) - (4i+k) = -4i + 4j - 3k$ (نمره ۲.۵)

گروه آموزشی ریاضی استان فارس

کلید آزمون شب زنی هند ۳

- ۱۲

$$\vec{a} = r\vec{b} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = r|\vec{b}|^2$$

$$\vec{a}' = \left(\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2}\right)\vec{b} = \left(\frac{r|\vec{b}|^2}{|\vec{b}|^2}\right)\vec{b} = r\vec{b} \Rightarrow \vec{a}' = \vec{a}$$

- ۱۳

$$2\vec{a} - \vec{b} = (3, -4, 3) \Rightarrow |2\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{9 + 16 + 9} = \sqrt{34}$$

- ۱۴

الف)
$$\begin{cases} z = 2x - 2 \\ -2 \leq x \leq 1 \\ -1 \leq y \leq 3 \end{cases}$$
 پ)
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$$
 (معمولاً بزرگ)

و)
$$V = 4 \times 4 \times 4 = 64$$
 (بزرگ)

- ۱۵

$$V = |\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = |1 + 1 + 0| = 2$$

(بزرگ)

(صفحه ۳)