

باسمه تعالی			
ساعات شروع:	تاریخ امتحان: خرداد ۹۹	رشته: ریاضی و فیزیک	سوالات امتحان نهایی درس: حسابان ۲
تعداد صفحه: ۲	مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه	نام و نام خانوادگی:	پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه
گروه آموزشی ریاضی استان فارس		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه ۱۳۹۹	

ردیف	سوالات (پاسخنامه دارد)	نمره
------	------------------------	------

استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی و رادیکال) مجاز است.		
۱	<p>درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید:</p> <p>الف) تابع $y = -\log_3 x$ اکیدا نزولی است.</p> <p>ب) نمودار یک تابع نمی تواند مجانب افقی خود را قطع کند.</p> <p>ج) تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ در $x=0$ مشتق پذیر است .</p> <p>د) مقدار مینیمم تابع $y = 3\sin(2x) - 1$ برابر با -4 می باشد .</p>	۱
۱	<p>جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.</p> <p>الف) اگر نقطه ی $(-2, 12)$ روی نمودار تابع $y = f(x)$ قرار داشته باشد . در این صورت نقطه ی متناظر آن روی نمودار تابع $g(x) = 2f(4x) - 3$ نقطه است.</p> <p>ب) حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 + \frac{9}{x^2}}{\frac{7}{x} - 6}$ برابر است.</p> <p>پ) مقدار مشتق تابع $f(x) = \sqrt{x^3 + 1}$ در نقطه $x = 2$ برابر با است.</p> <p>ت) اگر مقدار f'' در یک بازه مثبت باشد، تابع f' در آن بازه است</p>	۲
۱/۵	<p>هر گاه باقیمانده تقسیم چند جمله ای $f(x)$ بر $x+2$ و $x-2$ به ترتیب ۲ و ۷ باشد، باقیمانده تقسیم $f(x)$ بر $x^2 + x - 6$ را به دست آورید.</p>	۳
۰/۵	<p>عبارت $x^4 - 1$ را با عامل $x + 1$ تجزیه کنید.</p>	۴
۰/۷۵	<p>ضابطه تابعی به فرم $y = a \cos(bx) + 1$ را بنویسید که دوره تناوب آن 4π و حداکثر مقدار آن ۳ و حداقل مقدار آن -1 باشد.</p>	۵
۱	<p>معادله مثلثاتی $\sin \Delta x - \sin 2x = 0$ را حل کرده و جواب های کلی آن را بیابید.</p>	۶
۰/۷۵	<p>نمودار تابع f را طوری رسم کنید که $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$</p>	۷
۱/۲۵	<p>مجانب های قائم و افقی تابع $f(x) = \frac{x^3 + 2x - 3}{x^2 - x^2}$ را در صورت وجود مشخص کنید.</p>	۸

۱/۵	$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & x \geq 0 \\ x^2 & x < 0 \end{cases}$	۹	نشان دهید خط $x=0$ مماس قایم بر نمودار تابع زیر است.
۱		۱۰	قضیه: ثابت کنید اگر تابع f در نقطه $x = a$ مشتق پذیر باشد آنگاه در این نقطه پیوسته است.
۲	الف) $y = \frac{x^2 - \sin^2 x}{1 + \cos^3 x}$ ب) $y = 3x^2(x^3 - 5x^2 + x)^4$	۱۱	مشتق توابع زیر را محاسبه کنید. (ساده کردن الزامی نیست)
۱		۱۲	اگر f تابعی مشتق پذیر بوده و $g(x) = f(x^2 + 3x)$ و $f'(4) = 11$ باشد آنگاه مقدار $g'(1)$ را به دست آورید.
۱		۱۳	معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = t^3 - t + 10$ بر حسب متر در بازه زمانی $[0, 5]$ (بر حسب ثانیه) داده شده است. در کدام لحظه سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازه زمانی $[0, 5]$ با هم برابرند؟
۱/۵		۱۴	مقدار اکسترمم‌های مطلق تابع $f(x) = \frac{1}{4}x^3 + x^2 + 1$ را در بازه $[-1, 3]$ بیابید.
۱/۲۵		۱۵	جهت تقعر نمودار تابع $f(x) = 3x^2 - x^3 + 1$ را مشخص نموده و نقطه عطف آن را در صورت وجود بیابید.
۱/۵		۱۶	مقادیر m و n را چنان تعیین کنید که نقطه $(1, 1)$ نقطه عطف تابع $f(x) = x^3 + mx^2 + nx + 1$ باشد.
۱/۵		۱۷	با استفاده از جدول رفتار، نمودار تابع $f(x) = x^3 + x^2 - 5x + 3$ را رسم کنید.
۲۰	جمع		موفق و سر بلند باشید. نمره

باسمه تعالی			
ساعت شروع:	تاریخ امتحان:	رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح درس: حسابان ۲
تعداد صفحه: ۳	مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه	نام و نام خانوادگی:	پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه
گروه آموزشی ریاضی استان فارس		دانش‌آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه ۱۳۹۹	

ردیف	پاسخ سوالات	نمره
۱	الف) درست ب) نادرست ج) نادرست د) درست	هر مورد ۰/۲۵ نمره
۲	الف) $(-\frac{1}{3}, 21)$ ب) $-\frac{1}{3}$ پ) ۲ ت) صعودی اکید	هر مورد ۰/۲۵ نمره
۳	$f(x) = (x^2 + x - 6)Q(x) + ax + b$ طبق قضیه تقسیم $f(-3) = -3a + b = 2$ ۰/۲۵ $f(2) = 2a + b = 7$ ۰/۲۵ $a = 1, b = 5$ ۰/۵ $\rightarrow r(x) = x + 5$ ۰/۲۵	۱/۵
۴	$x^2 - 1 = (x + 1)(x^2 - x^2 + x - 1)$ ۰/۷۵	۰/۵
۵	$T = \frac{2\pi}{ b } = 4\pi \rightarrow b = \frac{1}{2}$ ۰/۲۵ $ a = \frac{Max-min}{2} = 2$ ۰/۲۵ $y = 2 \cos\left(\frac{1}{2}x\right) + 1$ ۰/۲۵	۰/۷۵
۶	$\sin \Delta x = \sin 2x \rightarrow \begin{cases} \Delta x = 2k\pi + 2x & \rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} \\ \Delta x = 2k\pi + \pi - 2x & \rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$	۱
۷		۰/۷۵ نمره
۸	$x^x - x^x = 0 \rightarrow x = 0, x = 1$ $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 5, \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ ۰/۷۵ بنابراین خط $x = 0$ مجانب قائم و خط $y = 1$ مجانب افقی تابع هستند. ۰/۵	۱/۲۵
۹	$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0) = 0$ بنابراین تابع در نقطه به طول صفر پیوسته است. ۰/۲۵ $f'(x) = \begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{x}} & x > 0 \\ 2x & x < 0 \end{cases}$ ۰/۵ $f'_+(0) = +\infty, f'_-(0) = 0$ ۰/۵ بنابراین خط $x = 0$ مماس قائم است. ۰/۲۵	۱/۵

۱	اثبات: باید نشان دهیم که $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ یا به طور معادل نشان دهیم $\lim_{x \rightarrow a} f(x) - f(a) = 0$. /۲۵ $\lim_{x \rightarrow a} f(x) - f(a)$ $= \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} (x - a) \quad \cdot /۲۵ = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \lim_{x \rightarrow a} (x - a) \quad \cdot /۲۵$ $= f'(a) \times 0 \quad \cdot /۲۵ = 0$	۱۰												
۲	الف) $y' = \frac{(2x - 2\sin x \cos x)(1 + \cos 2x) + 2\sin 2x(x^2 - \sin^2 x)}{(1 + \cos 2x)^2} \quad \cdot /۷۵$ ب) $y' = 6x(x^2 - 5x^2 + x)^4 \quad \cdot /۵ + 12x^2(x^2 - 5x^2 + x)^3(2x^2 - 1 \cdot x) \quad \cdot /۵$	۱۱												
۱	$g'(x) = (2x + 2)f'(x^2 + 3x) \quad \cdot /۵$ $x = 1 \rightarrow g'(1) = 5f'(4) = 55 \quad \cdot /۵$	۱۲												
۱	سرعت متوسط $= \frac{f(5) - f(0)}{5 - 0} = \frac{20}{5} = 4 \quad \cdot /۵$ $f'(t) = 2t - 1 = 4 \quad \cdot /۲۵ \rightarrow t = \frac{5}{2} \quad \cdot /۲۵$ سرعت لحظه ای	۱۳												
۱/۵	$f'(x) = x^2 + 2x \rightarrow x = 0, x = -2 \quad \cdot /۲۵$ بنابراین $x = 0$ و $x = -1$ و $x = 3$ نقاط بحرانی تابع در بازه داده شده می باشند. $\cdot /۷۵$ $f(0) = 1, f(-1) = \frac{5}{3}, f(3) = 19$ پس مقدار ماکزیمم مطلق برابر با ۱۹ و مقدار مینیمم مطلق برابر با ۱ می باشد. $\cdot /۵$	۱۴												
۱/۲۵	$f'(x) = 6x - 3x^2$ $f''(x) = 6 - 6x = 0 \quad \cdot /۲۵ \rightarrow x = 1 \quad \cdot /۲۵$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>f''</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>f</td> <td></td> <td>3</td> <td></td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">نقطه عطف</p> <p style="text-align: right;">۱ نمره</p>	x	$-\infty$	1	$+\infty$	f''	+	0	-	f		3		۱۵
x	$-\infty$	1	$+\infty$											
f''	+	0	-											
f		3												
۱/۵	$x = 1, y = 1 \rightarrow 1 + m + n + 1 = 1 \quad \cdot /۲۵ \rightarrow m + n = -1 \quad \cdot /۲۵$ $f'(x) = 3x^2 + 2mx + n, f''(x) = 6x + 2m \quad \cdot /۲۵$ $f''(1) = 6 + 2m = 0 \quad \cdot /۲۵ \rightarrow m = -3, n = 2 \quad \cdot /۵$	۱۶												

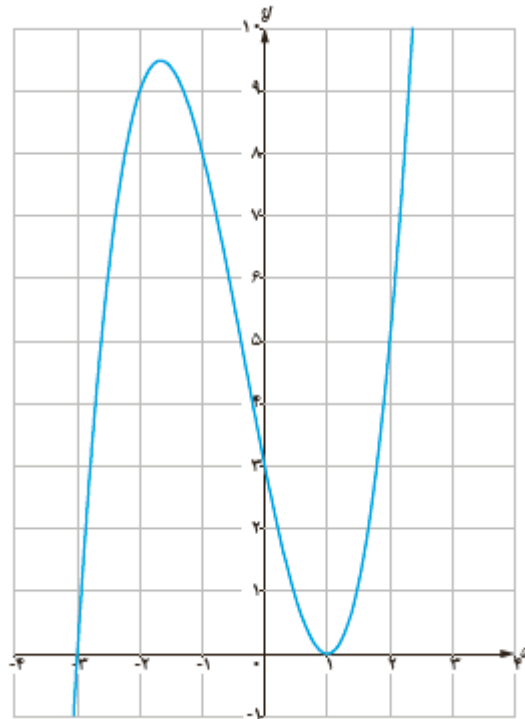
$$f'(x) = 3x^2 + 2x - 5 = 0 \rightarrow x = 1, \quad x = -\frac{5}{3}$$

$$f''(x) = 6x + 2 = 0 \rightarrow x = -\frac{1}{3}$$

$$x = 0 \rightarrow y = 3$$

x	$-\infty$	$-\frac{5}{3}$	$-\frac{1}{3}$	1	$+\infty$		
f'		+	0	-	-	0	+
f''		-	-	0	+	+	
f	$-\infty$	$\frac{256}{27}$	$\frac{128}{27}$	0	$+\infty$		
		ماکزیم	عطف	مینیم			

انمره



۰/۵ نمره

همکاران محترم مصحح، به راه حل های درست دیگر به تناسب نمره دهید